# Formulasi Matematis Model EOQ untuk Kafe Sejagad Rasa

Tahun 2025

## 1. Notasi

Set dan Indeks:  
• i ∈ I : indeks produk (mis. Kopi, Smoothies, Brownies, Donat, Tea, Toast)  
  
Parameter:  
• d\_i : permintaan rata‑rata per hari untuk produk i (unit/hari)  
• D\_i : permintaan tahunan untuk produk i (unit/tahun), D\_i = d\_i × 365  
• S\_i : biaya pemesanan per order untuk produk i (Rp/order)  
• h\_i : biaya penyimpanan per unit per tahun untuk produk i (Rp/unit·tahun)  
• L\_i : lead time untuk produk i (hari)  
• c\_i^s : biaya kekurangan (shortage cost) per unit untuk produk i (Rp/unit) — opsional  
• σ\_{LT,i} : deviasi standar permintaan selama lead time produk i (unit) — opsional jika model stok aman probabilistik  
• z : faktor service level (z untuk tingkat layanan, mis. z=1.645 untuk 95% satu sisi)  
• K : kapasitas gudang maksimum (unit) — opsional  
  
Variabel keputusan:  
• Q\_i ≥ 0 : ukuran pemesanan untuk produk i (unit/order)  
• R\_i ≥ 0 : reorder point untuk produk i (unit)  
• SS\_i ≥ 0 : safety stock untuk produk i (unit)

## 2. Model EOQ Dasar (tanpa kendala)

Fungsi biaya total tahunan untuk setiap produk i terdiri dari biaya pemesanan dan biaya penyimpanan:  
  
TC\_i(Q\_i) = (D\_i · S\_i) / Q\_i + (Q\_i / 2) · h\_i  
  
Total biaya seluruh produk:  
  
Minimize TC = Σ\_{i∈I} [ (D\_i S\_i) / Q\_i + (Q\_i / 2) h\_i ]  
  
Kondisi optimal diperoleh dengan menurunkan TC\_i terhadap Q\_i (kondisi F.O.C):  
  
d(TC\_i)/dQ\_i = - (D\_i S\_i) / Q\_i^2 + (1/2) h\_i = 0  
  
Sehingga EOQ analitik:  
  
Q\_i^\* = sqrt( (2 D\_i S\_i) / h\_i )  
  
Biaya total pada solusi EOQ:  
  
TC\_i(Q\_i^\*) = (D\_i S\_i) / Q\_i^\* + (Q\_i^\* / 2) h\_i

## 3. Reorder Point dan Safety Stock

Pendekatan deterministik sederhana (safety stock berbasis persentase):  
SS\_i = α · d\_i · L\_i (mis. α = 0.2 untuk 20%)  
  
Reorder Point deterministik:  
R\_i = d\_i · L\_i + SS\_i  
  
Pendekatan probabilistik (memperhitungkan variabilitas permintaan dan service level):  
SS\_i = z · σ\_{LT,i}  
  
dengan σ\_{LT,i} = sqrt( L\_i · σ\_{d,i}^2 ), jika permintaan harian berdistribusi iid dengan deviasi standar σ\_{d,i}.  
  
Sehingga:  
R\_i = d\_i · L\_i + z · σ\_{LT,i}

## 4. Model dengan Kendala Kapasitas Gudang (Average Inventory Constraint)

Jika kapasitas gudang K membatasi rata‑rata persediaan, kita dapat menambahkan kendala:  
  
Σ\_{i∈I} (Q\_i / 2) ≤ K  
  
Model optimasi menjadi:  
  
Minimize TC = Σ\_{i∈I} [ (D\_i S\_i) / Q\_i + (Q\_i / 2) h\_i ]  
subject to: Q\_i ≥ 0 ∀ i  
 Σ\_{i∈I} (Q\_i / 2) ≤ K  
  
Catatan: model di atas tetap non‑linear karena istilah 1/Q\_i. Penyelesaian numerik (mis. Solver atau NLP solver) diperlukan. Alternatif: membatasi Q\_i ke himpunan diskrit dan formulasi MILP/Integer dapat digunakan untuk eksperimen komparatif.

## 5. Model dengan Biaya Kekurangan (Shortage Cost)

Jika memperbolehkan backorder atau shortage dengan biaya c\_i^s per unit per tahun, komponen biaya kekurangan dapat ditambahkan. Untuk model sederhana dengan backorder, total cost per produk menjadi:  
  
TC\_i(Q\_i, B\_i) = (D\_i S\_i) / Q\_i + (h\_i / 2) (Q\_i - B\_i) + (c\_i^s / 2) B\_i  
  
dengan B\_i = tingkat backorder rata‑rata. Model ini memerlukan variabel tambahan dan kondisi optimasi yang lebih kompleks. Solusi tertutup tersedia untuk beberapa kasus (mis. model EOQ dengan backordering).

## 6. Formulasi Numerik / Implementasi

Rekomendasi implementasi untuk tugas UTS/UAS:  
1. Hitung Q\_i^\* analitik sebagai baseline.  
2. Implementasikan model numerik di Excel Solver (dengan variabel Q\_i dan objective cell = total cost). Gunakan tebakan awal dari Q\_i^\*.  
3. Gunakan PuLP (Python) untuk memecahkan model non‑linier atau pendekatan diskret: definisikan Q\_i sebagai variabel kontinu atau integer dan gunakan fungsi objektif non‑linier (PuLP tidak mendukung non‑linier native, tetapi bisa di‑linearize atau menggunakan paket lain seperti 'ipopt' melalui 'pyomo' untuk NLP). Untuk kasus sederhana, solusi analitik cukup dan PuLP bisa memverifikasi dengan formulasi diskret.

## 7. Langkah Turunan EOQ (Pembuktian Singkat)

Mulai dari TC\_i(Q) = (D\_i S\_i) / Q + (Q / 2) h\_i  
Ambil turunan terhadap Q dan set nol:  
dTC/dQ = - D\_i S\_i / Q^2 + (1/2) h\_i = 0  
→ (1/2) h\_i = D\_i S\_i / Q^2  
→ Q^2 = (2 D\_i S\_i) / h\_i  
→ Q = sqrt( (2 D\_i S\_i) / h\_i )

## 8. Catatan Praktis untuk Laporan

• Sertakan asumsi dengan jelas (per hari → per tahun, asumsi permintaan stasioner, tidak ada diskon kuantitas, lead time konstan, dll).  
• Cantumkan langkah perhitungan numerik dan screenshot Solver atau tabel hasil PuLP.  
• Untuk model probabilistik (safety stock berbasis service level), jelaskan bagaimana σ\_{LT,i} dihitung dari data historis.  
• Jika menggunakan linearization atau pendekatan diskret, jelaskan metode linearization yang digunakan (mis. piecewise approximation untuk 1/Q).